

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ВІННИЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ЗАТВЕРДЖУЮ

Ректор



В.А. Мазур

Від «28» лютого 2019 р.

**ЗАВДАННЯ
ДЛЯ ПРОВЕДЕННЯ І ТУРУ ВСЕУКРАЇНСЬКОЇ ОЛІМПІАДИ
З МАТЕМАТИКИ У 2019 РОЦІ**

Вінниця – 2019 р.

**Анкета учасника I туру
Всеукраїнської олімпіади
Вінницького національного аграрного університету 2019 року
з МАТЕМАТИКИ**

Прізвище

Ім'я

По-батькові

Адреса

Проживання

**Назва та адреса
навчального
закладу**

Номер тел.

E-mail

Частина I (базовий рівень)

(15 завдань, одна правильна відповідь на завдання)

Завдання 1-15 мають чотири варіанти відповіді, серед яких лише один правильний. Виберіть правильний, на Вашу думку, варіант відповіді. (Оцінка за правильно виконане завдання – 2 бали)

1. Спростити вираз:
$$\frac{2\sqrt{2} - x\sqrt{x}}{2 + \sqrt{2x} + x}$$

А	Б	В	Г
$\sqrt{2} + \sqrt{x}$	$\sqrt{2} - \sqrt{x}$	$\frac{2-x}{3+x}$	$2-x$

Відповідь: _____

2. Знайти найбільший корінь рівняння: $|x-2|-5=3$

А	Б	В	Г
0	4	-6	Інша відповідь

Відповідь: _____

3. Розв'язати рівняння: $\sqrt{13-x^2} = x+1$

А	Б	В	Г
2	-3; 2	3	-3

Відповідь: _____

4. Розв'язати систему рівнянь:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ x \cdot y = 3 \end{cases}$$

А	Б	В	Г
(1;3), (3;1), (-3;-1), (-1;-3)	(1;3), (3;1)	(-3;-1), (-1;-3)	(-3;1), (-1;3)

Відповідь: _____

Голова предметно-методичної комісії

Джеджула О.М.

5. Тонна овочів має вологість 98%. Через деякий час вологість стала 99%. Скільки тепер важать овочі?

А	Б	В	Г
1010	1100	1500	2000

Відповідь: _____

6. Розв'язати нерівність: $8 \cdot 2^{x^2+6x} > 0,25$

А	Б	В	Г
$(-\infty; -1)$	$(-5; -1)$	$(-\infty; -5) \cup (-1; +\infty)$	$(-1; +\infty)$

Відповідь: _____

7. У двох сплавах маси міді й цинку відносяться як 5 : 2 і 3 : 4. Скільки треба взяти кілограмів першого сплаву та скільки другого, щоб, сплавивши їх, отримати 28 кг нового сплаву з рівним вмістом міді й цинку?

А	Б	В	Г
4 і 24	7 і 21	24 і 4	20 і 8

Відповідь: _____

8. З двох міст, відстань між якими 240 км, виїхали назустріч один одному два автомобілі і зустрілися на середині дороги. Перший автомобіль виїхав на 1 год раніше, ніж другий із швидкістю на 20 км/год. меншою, ніж швидкість другого автомобіля. Знайдіть швидкість кожного автомобіля.

А	Б	В	Г
40 км/год. 60 км/год.	60 км/год. 80 км/год.	45 км/год. 65 км/год.	50 км/год. 70 км/год.

Відповідь: _____

9. Розв'язати рівняння: $\operatorname{tg} 2x \cdot \cos 3x + \sin 3x + \sqrt{2} \cdot \sin 5x = 0$

А	Б	В	Г
$x_1 = \frac{k\pi}{5}, k \in Z$ $x_2 = \pm \frac{3\pi}{8} + \pi n, n \in Z$	$x_1 = \pm \frac{3\pi}{8} + \pi k, k \in Z$	$x_1 = \pm \frac{3\pi}{8} + 2\pi k, k \in Z$	$x_1 = \frac{k\pi}{5}, k \in Z$

Відповідь: _____

10. Розв'язати систему:
$$\begin{cases} \log_4 x + \log_2 y = 0 \\ x^2 - 5y^2 + 4 = 0 \end{cases}$$

А	Б	В	Г
$(-4; -2)$	$(4; 2) (1; 1)$	$(4; -2)$	$(4; 2) (1; -1)$

Відповідь: _____

Голова предметно-методичної комісії

Джеджула О.М.

Частина II (середній рівень)

(10 завдань, кілька правильних відповідей на завдання)

У завданнях 16-25 до кожного з чотирьох рядків інформації, позначених цифрами, виберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою. (Завдання на встановлення відповідності оцінюється в 0, 1, 2, 3 або 4 бали. Максимальна оцінка за правильно виконане завдання – 4 бали.)

16. Установіть відповідність між виразами (1-4) та їхніми значеннями (А-Д):

1) $\sqrt{7+2\sqrt{10}}$;

A) $3-2\sqrt{7}$;

$$2) \sqrt{(-2-\sqrt{5})^2} + \sqrt{(2-\sqrt{5})^2};$$

Б) $\sqrt{2} + \sqrt{5}$;

$$3) \sqrt{(\sqrt{7}-3)^2} - \sqrt{7};$$

B) $2\sqrt{5}$;

4) $\sqrt{15^2} + \sqrt{(-13)^2} + \sqrt{3^2}$.

$\Gamma) \quad 3;$

Д) 31.

1	
2	
3	
4	

17. Установіть відповідність між нерівностями (1-4) та множинами їхніх розв'язків (А-Г):

$$1) \quad \left| \frac{1}{x-5} \right| > 1;$$

A) $(-\infty; 0);$

$$2) \quad \frac{7}{|x|+5} < 1;$$

Б) $(-\infty; -2] \cup [a; 4)$;

$$3) \frac{(x+2)(x-a)}{x-4} \leq 0, \text{ якщо } -2 < a < 3;$$

B) $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty);$

4) $\frac{1}{x} \leq -x.$

$$\Gamma) \quad (4;5) \cup (5;6);$$

Д) $(-2; a)$.

☐	
2	
3	
4	

18. Установіть відповідність між функціями (1-4) та їхніми властивостями (А-Д):

$$1) \quad y = x^4;$$

А) € парною;

2) $y = x^5 + 1$;

Б) € непарною;

3) $y = 4 - x$;

В) Спадає на всій області визначення;

4) $y = \sin(3x)$.

Г) Зростає на всій області визначення;

Д) Область значень функції є проміжок $(0; +\infty)$.

1	
2	
3	
4	

Голова предметно-методичної комісії

Джеджула О.М.

19. Установіть відповідність між функціями (1-4) та точками максимуму цих функції (А-Д):

1) $y = -\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2};$

А) 0;

2) $y = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2};$

Б) 1;

3) $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2};$

В) -1;

4) $y = -\frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2};$

Г) -1; 0;

Д) -1; 1.

1	
2	
3	
4	

20. Установіть відповідність між фігурами, обмеженими лініями (1-4), та їхніми площами (А-Д):

1) $y = x^2 - 1$ та прямими $x=1, x=2$;

А) $\frac{1}{3};$

2) $y = 4x - x^2$ та віссю абсцис;

Б) $1\frac{1}{3};$

3) $y = 2^x, y = 4^x, x=1$;

В) $\frac{1}{\ln 4};$

4) $y = x^2, y = 2x - x^2$;

Г) $10\frac{2}{3};$

Д) $\frac{1}{\ln 2}.$

1	
2	
3	
4	

21. Два спортсмени стріляють по одному разу в одну і ту ж ціль. Імовірність влучання у ціль для першого спортсмена дорівнює 0,8, а для другого – 0,7. Установіть відповідність між заданими подіями (1-4) та їхніми ймовірностями (А-Д):

1) Перший спортсмен влучив у ціль, а А) 0,94;

другий не влучив;

2) Другий спортсмен влучив у ціль, а Б) 0,56;

перший не влучив;

3) У ціль влучив хоча б один спортсмен; В) 0,5;

4) У ціль влучили обидва спортсмени. Г) 0,24;

Д) 0,14.

1	
2	
3	
4	

22. Установіть відповідність між початком речення (1-4), та його закінченням (А-Г) так, щоб утворилося правильне твердження:

- 1) Якщо хорди AB і CD перетинаються у точці K так, що $AK = KB$, $CK = 3\text{см.}$, $KD = 12\text{см.}$, то хорда AB дорівнює...
- 2) Якщо сторони трикутника дорівнюють 6см. , 18см. і 20см. , то бісектриса найбільшого кута трикутника поділяє сторону на відрізки, більший з яких дорівнює ...
- 3) Якщо з точки P до кола проведено дві січні, що перетинають коло у точках A, B і C, D так, що $PC = 4\text{см.}$, $PD = 12\text{см.}$, $AB = 2\text{см.}$, то січна PB дорівнює ...
- 4) Якщо сторони трикутника дорівнюють 4см. , 8см. і 9см. , то квадрат довжини бісектриси, проведеної до більшої сторони, дорівнює...

1	
2	
3	
4	

Д) 8.

23. Установіть відповідність між початком речення (1-4), та його закінченням (А-Г) так, щоб утворилося правильне твердження:

- 1) Якщо діагональ прямокутника дорівнює d і утворює з більшою стороною кут α , то менша сторона прямокутника дорівнює ...
- 2) Якщо з точки, що лежить на відстані d від прямої, проведено похилу, яка утворює з прямою кут α , то довжина похилої дорівнює ...
- 3) Якщо бічна сторона трапеції дорівнює d , а кут між висотою трапеції та бічною стороною дорівнює α , то висота трапеції дорівнює ...
- 4) Якщо більша діагональ ромба дорівнює d , а кут між нею та стороною ромба дорівнює α , то периметр ромба дорівнює ...

1	
2	
3	
4	

Д) $\frac{2d}{\cos \alpha}$.

Голова предметно-методичної комісії

Джеджула О.М.

24. Дано вектори $\vec{c}(4; -2)$ та $\vec{b}(3; -6)$. Установіть відповідність між векторами $\vec{c}$ та $\vec{b}$ (1-4) та їх координатами (А-Д):

- | | |
|---|--------------|
| 1) вектор $\frac{1}{3}\vec{b} - \vec{c}$; | А) (5; 2); |
| 2) вектор $-\vec{b} + 2\vec{c}$; | Б) (-3; 0); |
| 3) вектор, колінеарний вектору $\vec{c}$; | В) (-4; -2); |
| 4) вектор, перпендикулярний вектору $\vec{b}$. | Г) (-4; 2); |
| | Д) (-3; 2). |

1	
2	
3	
4	

25. В основі прямої чотирикутної призми лежить ромб з діагоналями 6 см і 8 см. Бічне ребро призми дорівнює 10 см. Установіть відповідність між геометричними величинами (1-4) та їх числовими значеннями (А-Д):

- | | |
|---|---------|
| 1) площа основи призми (см ²); | А) 200; |
| 2) площа бічної поверхні призми (см ²); | Б) 248; |
| 3) площа повної поверхні призми (см ²); | В) 24; |
| 4) об'єм призми (см ³). | Г) 48; |
| | Д) 240. |

1	
2	
3	
4	

Голова предметно-методичної комісії

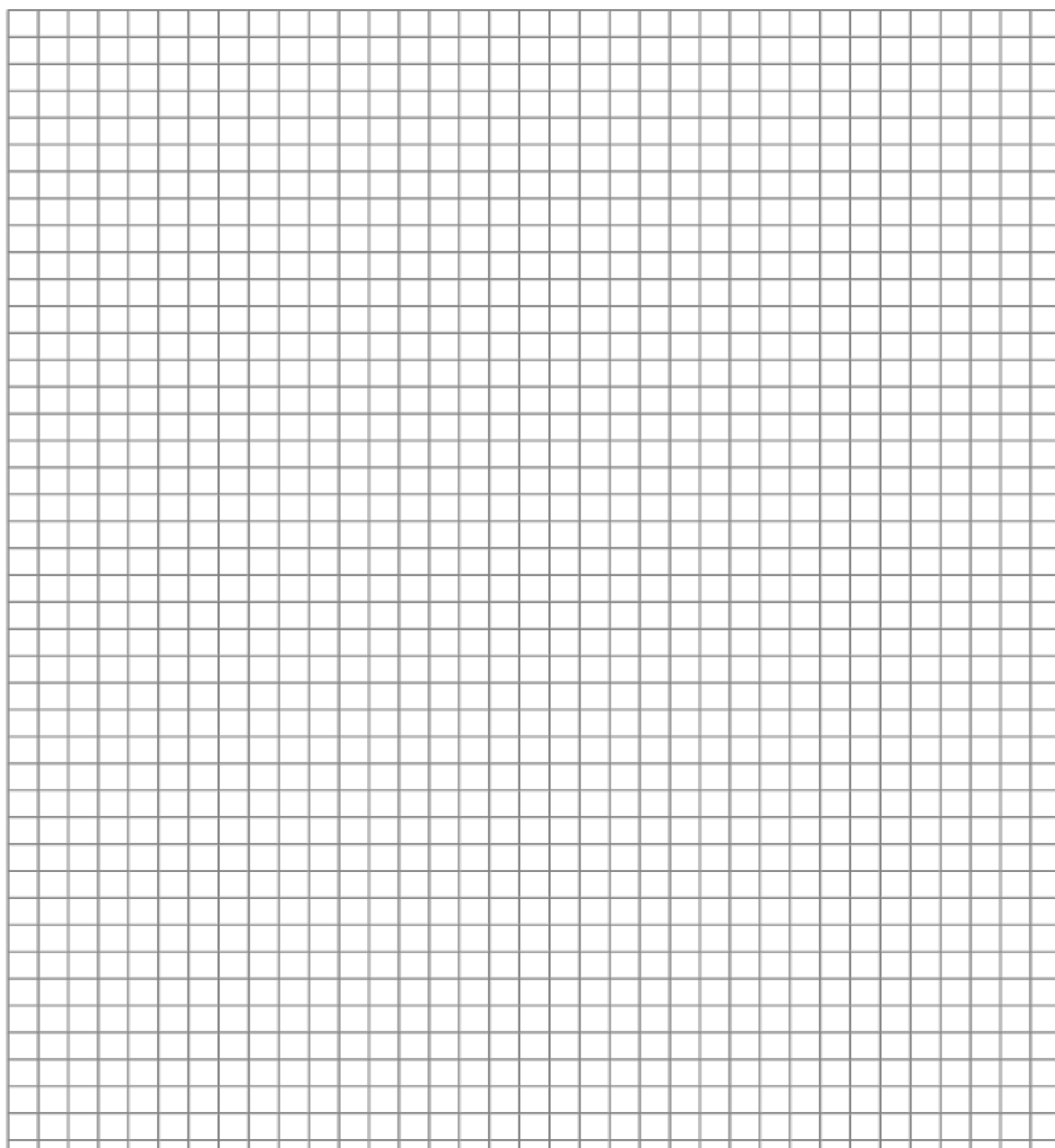
Джеджула О.М.

Частина III (високий рівень)

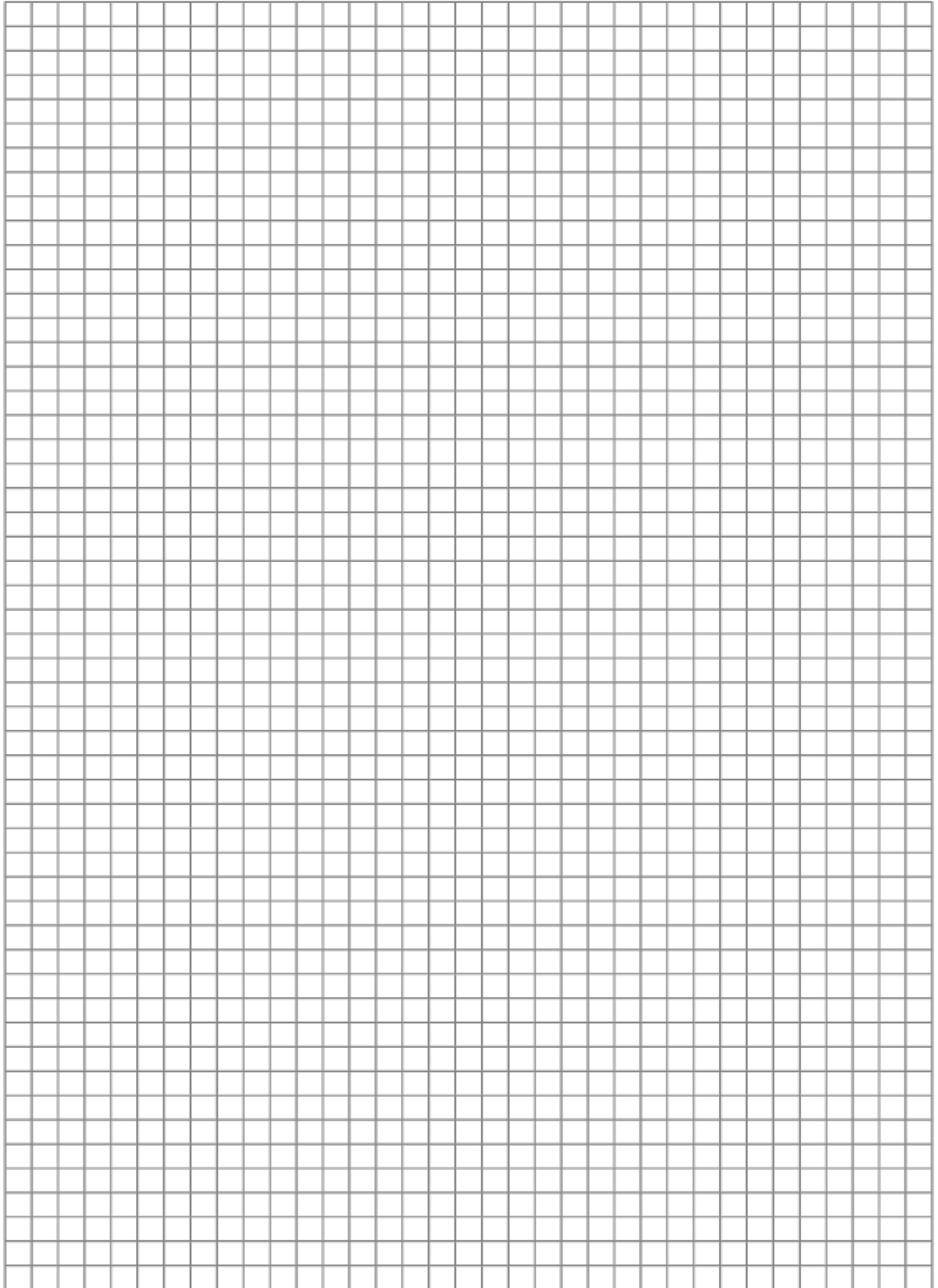
(5 завдань, завдання відкритої форми)

Розв'язання завдань 26-30 повинні мати обґрунтування. Запишіть послідовно логічні дії та пояснення, зробіть посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання завдань схемами, графіками, таблицями. (Максимальна оцінка за правильно виконане завдання – 6 балів.)

26. Розв'язати нерівність: $\log_3(3^x - 1) \log_{\frac{1}{3}}(3^{x+2} - 9) > -3$



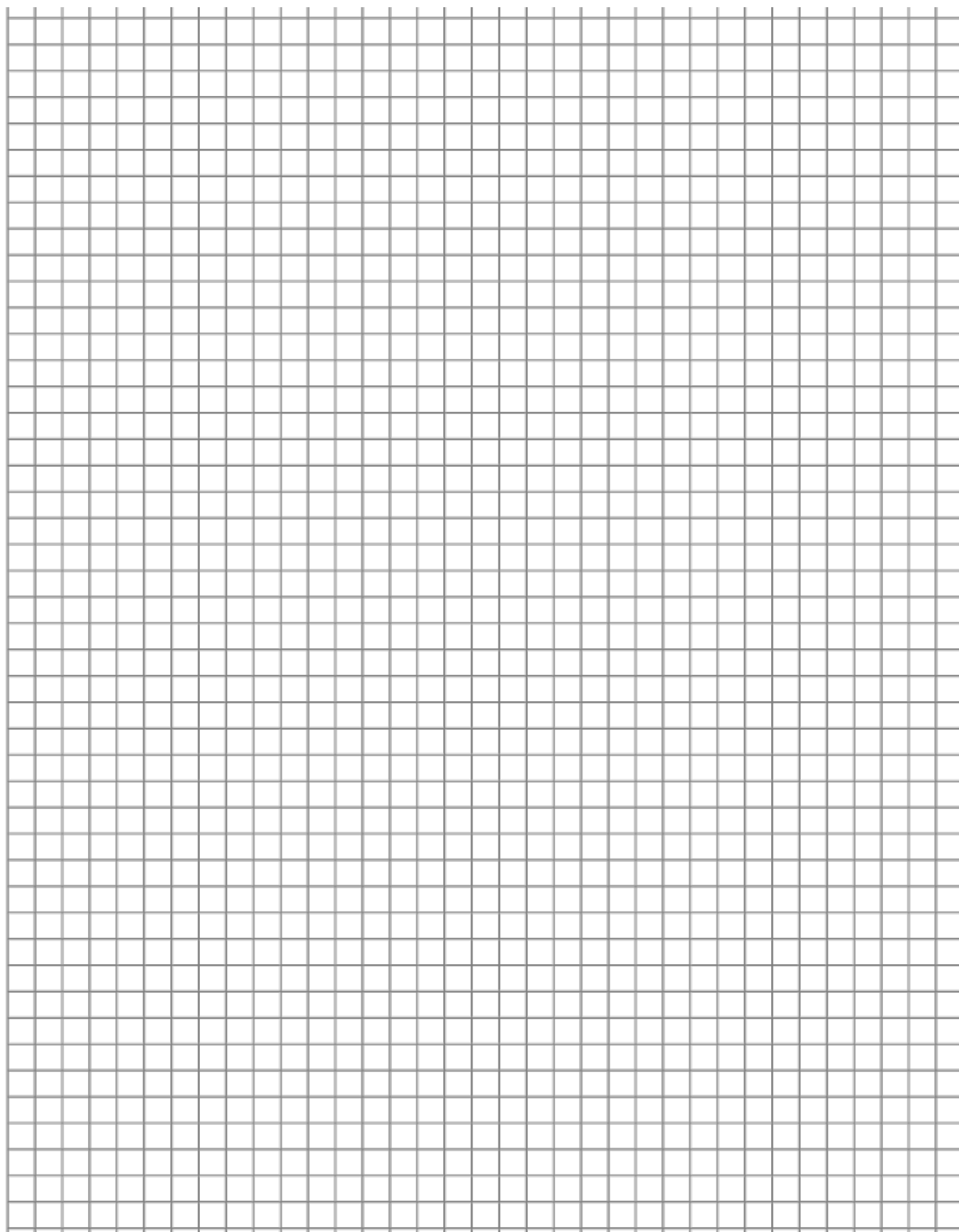
27. Розв'язати рівняння: $x^2 + \frac{81x^2}{(9+x)^2} = 40$



Голова предметно-методичної комісії

Джеджула О.М.

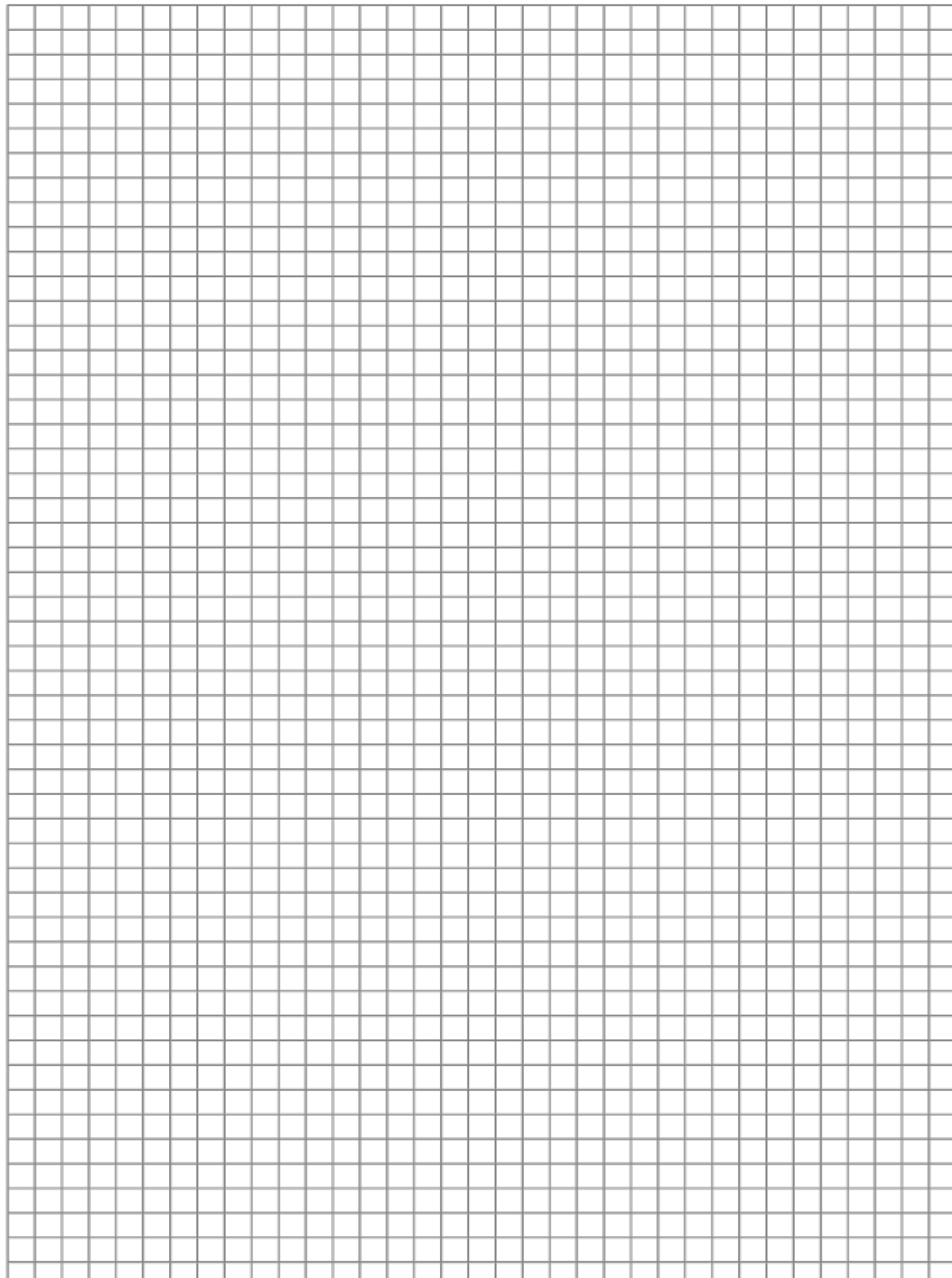
28. Сховище за 5 год. заповнили зерном. Причому кожної наступної години надходження зерна до сховища зменшувалося у одне і те ж число разів порівняно з попереднім. Виявилось, що за перші чотири години було засипано зерна вдвічі більше, ніж за останні чотири години. Який об'єм сховища, коли відомо ще, що за перші дві години у нього було засипано 48 м^3 зерна.



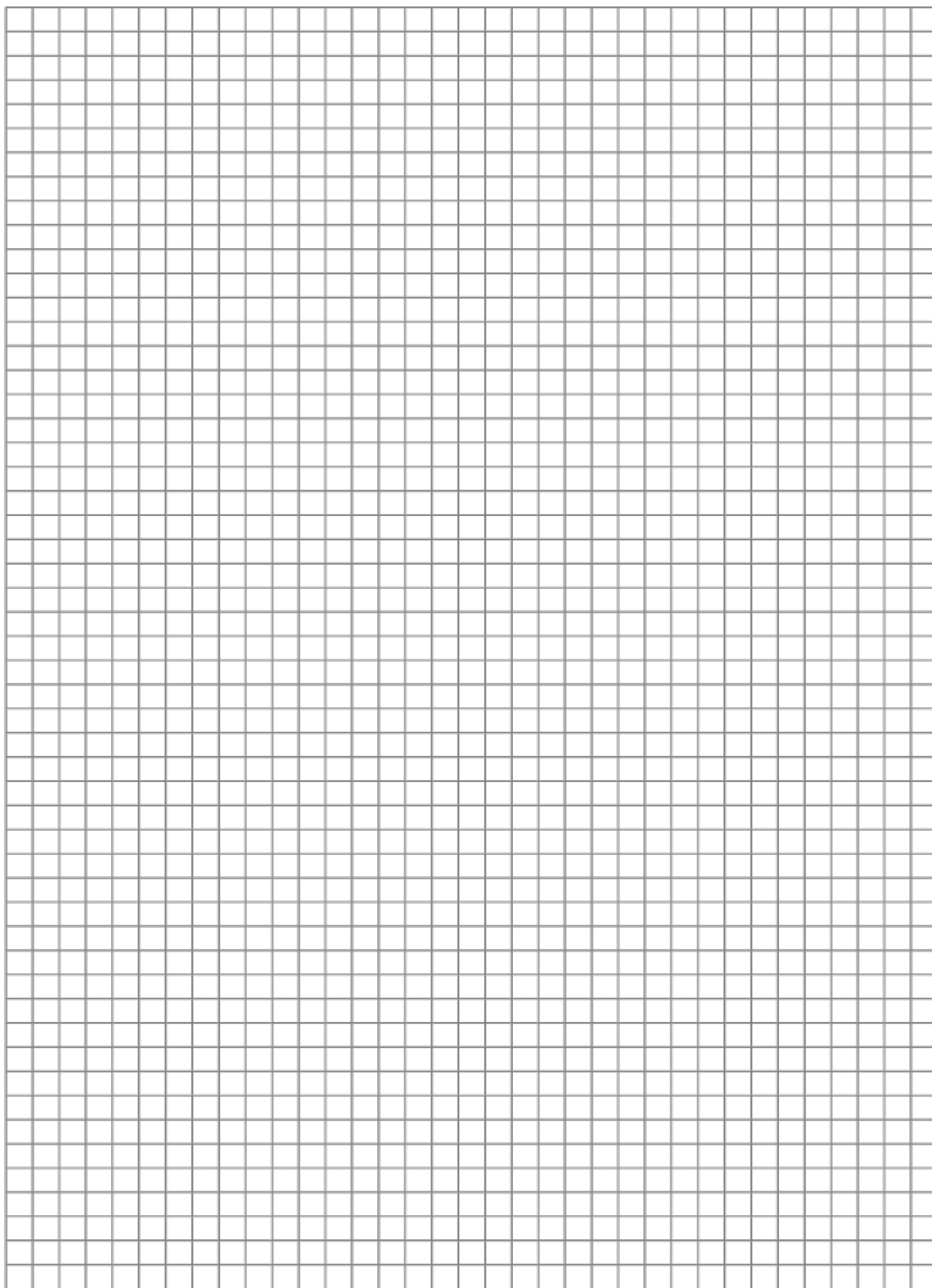
Голова предметно-методичної комісії

Джеджула О.М.

29. У квадрат вписано інший квадрат, вершини якого лежать на сторонах першого, а сторони утворюють зі сторонами першого квадрата кути по 60° . Яку частину площі даного квадрата утворює площа вписаного квадрата?

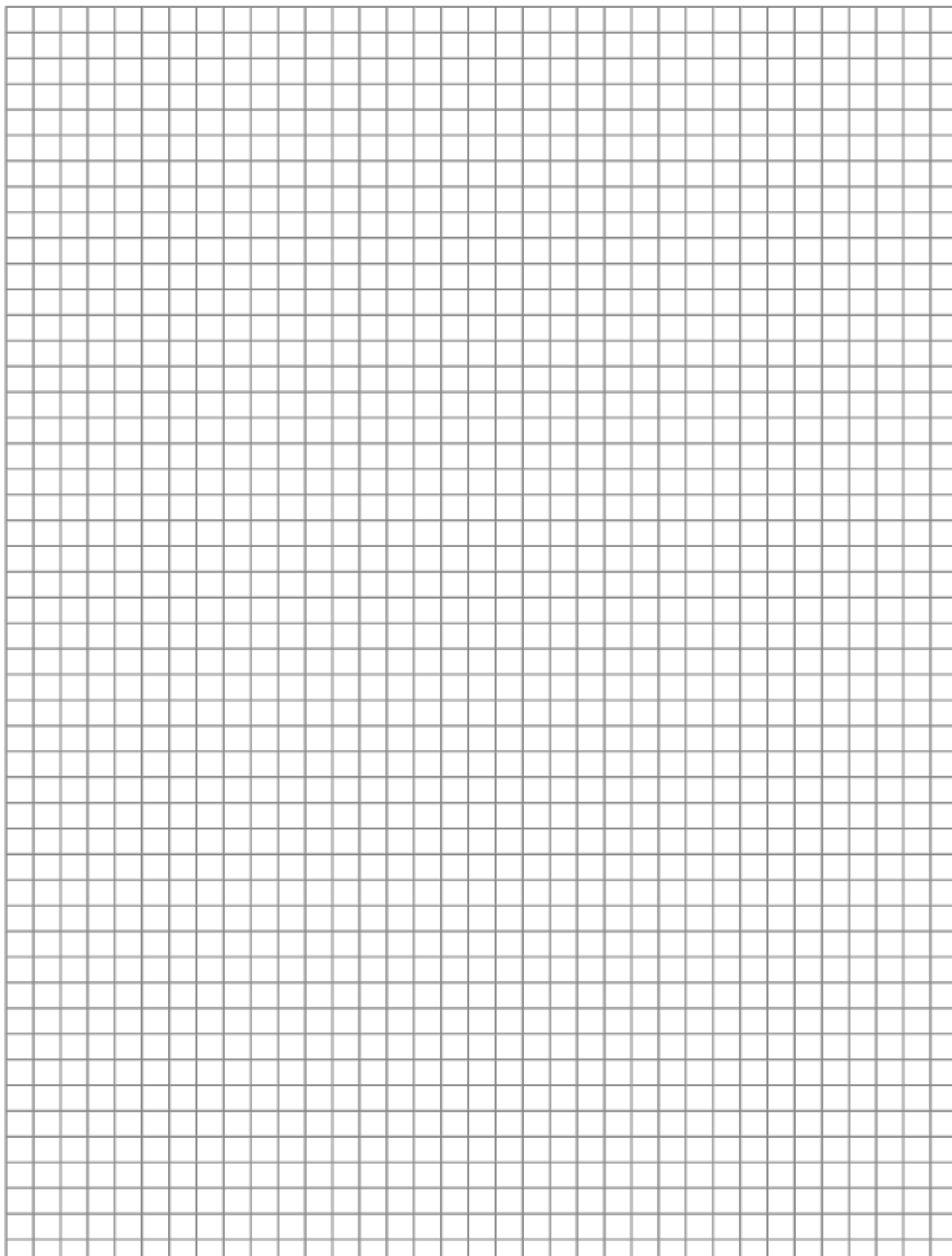


30. Дах башти має форму правильної чотирикутної піраміди. Сторона основи піраміди дорівнює 1,8м., а висота – 1,2м. Скільки листового заліза потрібно для покриття даху, якщо на суміщення листів припадає 8% площі поверхні покрівлі?



Голова предметно-методичної комісії

Джеджула О.М.



Підпис учасника: _____

Голова предметно-методичної комісії

Джеджула О.М.