

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ВІННИЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ЗАТВЕРДЖУЮ

Ректор



В.А. Мазур

від «03» 2022 року

ЗАВДАННЯ
ДЛЯ ПРОВЕДЕННЯ І ТУРУ ВСЕУКРАЇНСЬКОЇ ОЛІМПІАДИ
З МАТЕМАТИКИ У 2022 РОЦІ

**Анкета учасника I туру
Всеукраїнської олімпіади ВНАУ України 2022 року
з МАТЕМАТИКИ**

Прізвище _____

Ім'я _____

По батькові _____

Адреса проживання _____

Назва та адреса _____

навчального _____

закладу _____

Номер тел. _____

E-mail _____

Завдання для I туру Всеукраїнської олімпіади з математики для абітурієнтів
ВНАУ

Частина 1

Завдання 1–10 мають кілька варіантів відповідей, серед яких лише одна правильна (оцінювання кожного з цих завдань-2 бали).

1. Який період має функція $y = 7\sin(x/3)$:

а) π ; б) 3; в) 3π ; г) 6π .

2. Знайти область визначення функції:

$$y = \ln(3 - x)$$

а) $x \neq 3$; б) $(-\infty; 3)$; в) $(3; \infty)$; г) $[3; \infty)$.

3. Розв'язати нерівність:

$$\frac{x^2 + 8}{x^2 - 4} < -3$$

а) $(-1; 1)$; б) $(-2; 2)$; в) $(-2; -1) \cup (1; 2)$; г) $(-\infty; -2) \cup (2; \infty)$.

4. Спростити вираз:

$$\frac{x-1}{x+\sqrt{x}+1} : \frac{\sqrt{x}+1}{x\sqrt{x}-1} + 2\sqrt{x}$$

а) $3x$; б) \sqrt{x} ; в) $x+1$; г) $3-x$.

5. Три числа $2, x^2, x^2 - x$ є члени арифметичної прогресії. Знайти їх.

а) $(3; 6; 9)$; б) $(0; 4; 8)$; в) $(-3; 0; 3)$ або $(-1; 0; 1)$; г) $(2; 1; 0)$ або $(2; 4; 6)$

6. Розв'язати рівняння: $\sqrt{x+3} + \sqrt{3x-2} = 7$

а) 6; б) 2; в) 3; г) 9.

7. Розв'язати нерівність: $2 \cdot 8^{4-5x} < \left(\frac{1}{16}\right)^{x+2}$

а) $(0; 2)$; б) $\left(\frac{3}{2}; 5\right)$; в) $(-3; 4)$; г) $\left(\frac{21}{11}; \infty\right)$.

8. Розв'язати рівняння: $\left(\frac{x+5}{x}\right)^{\frac{1}{2}} + 4\left(\frac{x}{x+5}\right)^{\frac{1}{2}} = 4$

а) 5; б) 1/2; в) 5/3; г) 9/8.

9. Розв'язати рівняння: $9 \cdot 9^x + 26 \cdot 3^x - 3 = 0$

а) -6; б) -2; в) 5; г) 8.

10. Діагональ прямокутника вдвічі більша від однієї з його сторін. Знайти менший кут між діагоналями.

а) 30° ; б) 60° ; в) 45° ; г) 75° .

Частина 2

Завдання 11–25 мають кілька варіантів відповідей, серед яких лише одна правильна (оцінювання кожного з цих завдань – 3 бали).

11. Розв'язати систему:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 34 \\ x + y + xy = 23 \end{cases}$$

а) (3;5) або (5;3) б) (1;5) або (5;1); в) (-3;-5) або (-5;-3);

г) (-3;5) або (-5;3).

12. Турист, підіймаючись вгору, в першу годину досяг висоти 800м, а кожну наступну годину підійнявся на висоту на 25м меншу, ніж в попередню годину. За скільки годин він досягне висоти 5700м?

а) 6; б) 8; в) 10; г) 12.

13. Розв'язати рівняння: $\frac{x^2 + x + 2}{x^2 + x + 1} + \frac{x^2 + x + 6}{x^2 + x + 3} = 4$

а) 6; б) 1; в) 0; г) -3.

14. З деякого пункту в одному напрямку виїхав автомобіль зі швидкістю 50км/год., через півгодини – другий, який догнав перший за 2,5 год. Знайти швидкість другого автомобіля.

а) 60; б) 48; в) 84; г) 72.

15. Розв'язати рівняння: $3\sin^2 x - 8\sin x \cos x + 9\cos^2 x = 2$

а) $x_1 = \frac{\pi}{6} + \pi k, x_2 = \frac{7\pi}{12} + \pi k$; б) $x_1 = \frac{\pi}{4} + \pi k, x_2 = \arctg 7 + \pi k$;

в) $x_1 = \pm \frac{\pi}{4} + \pi k, x_2 = \frac{1}{2}\pi k$; г) $x_1 = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi k, x_2 = (-1)^k \arcsin \frac{1}{3} + \pi k$.

16. У правильній чотирикутній піраміді плоский кут при вершині дорівнює 60° . Знайти об'єм піраміди, якщо її висота дорівнює 3.

а) 6; б) 12; в) 15; г) 18.

17. Площа поверхні кулі рівна 20π . Знайти площу великого круга цієї кулі.

а) 4π ; б) 8π ; в) 10π ; г) 5π .

18. Розв'язати рівняння: $\frac{9}{5-4\lg x} + \frac{2}{2+\lg x} = 3$

а) $(4; 4^{-1})$; б) $(0, 1; \sqrt[6]{10})$; в) $(1; 4)$; г) $(2; 8)$.

19. Обчислити: $\cos(\alpha + \beta)$, якщо $\sin \alpha = 4/5$, $\cos \beta = -3/5$, кути α і β лежать в другій чверті.

а) $-(4/9)$; б) $1/2$; в) $-(7/25)$; г) $-(1/5)$.

20. Знайти найбільший корінь рівняння: $|x^2 - 5x + 4| = 4$

а) 6; б) 12; в) 5; г) 8.

21. Розв'язати нерівність: $\log_{\sqrt{5}}(x - 4) \leq 0$

а) $(-\infty; 5)$; б) $(5; \infty)$; в) $[5; \infty)$; г) $(4; 5]$.

22. Периметр прямокутника дорівнює 32. Знайти суму відстаней від довільної точки Р, взятої всередині прямокутника, до всіх його сторін.

а) 32; б) 12; в) 16; г) 8.

23. Розв'язати систему:
$$\begin{cases} \log_y x + \log_x y = 2 \\ x^2 - y = 20 \end{cases}$$

а) (-3;5); ; б) (5;3); ; в) [5;-5); г) (5;5).

24. В основі прямої призми лежить прямокутний трикутник з катетами

9 і 12. Знайти діаметр основи циліндра, вписаного в дану призму.

а) 4; б) 5; в) 6; г) 8.

25. Знайти три перші члени арифметичної прогресії, для якої сума довільного числа її членів задана $S_n = 7n^2 - 5n$.

а) (2,16,30); б) (2,8,16); в) (1,6,24); г) (3,12,27)

Частина 3

Завдання 26–30 необхідно розв'язати і записати його відповідь (максимальне оцінювання кожного з цих завдань–7 балів).

26. Маємо два сплави міді з різним процентним вмістом міді у кожному. Число, яке показує в процентах вміст міді в першому сплаві, на 40 менше від числа, яке показує в процентах вміст міді у другому сплаві. Обидва ці сплави сплавляли разом, після чого вміст міді становив 30%. Визначити процентний вміст міді у кожному сплаві, якщо у першому сплаві міді було b кг, а у другому 12 кг.

27. Спростити вираз: $\sqrt{x + 2\sqrt{2x - 4}} + \sqrt{x - 2\sqrt{2x - 4}}$

28. Розв'язати рівняння: $x^2 + \frac{81x^2}{(9+x)^2} = 40$

Голова предметно-методичної комісії з математики



Олена Джеджула

29. Розв'язати нерівність: $\log_3(3^x - 1) \log_{\frac{1}{3}}(3^{x+2} - 9) > -3$

30. При яких α рівняння $\sqrt{x + \alpha} = x$ має два корені.

Підпис учасника _____

Голова предметно-методичної комісії з математики



—Олена Джеджула